www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes




Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

31st INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD
BEIJING CHINA

DEUXIEME JOUR
PEKIN LE 13 JUILLET 1990

Temps accordé: quatre heures et demie.
Chaque problème vaut 7 points.

4. $\mathbb{Q}_+^*$ désigne l'ensemble des rationnels strictement positifs. Construire une application f de $\mathbb{Q}_+^*$ dans $\mathbb{Q}_+^*$ vérifiant:

pour tout x et y de $\mathbb{Q}_+^*$, $f(xf(y))=\frac{f(x)}{y}$

5. Deux joueurs A et B choisissent alternativement des entiers; on désignera respectivement par $n_1, n_3, \ldots, n_{2k+1}, \ldots$ et par $n_2, n_4, \ldots, n_{2k+2}, \ldots$ les nombres choisis par A et B.

Un entier $n_o$ supérieur ou égal à 2 est donné; A choisit $n_1$ vérifiant $n_o \leqslant n_1 \leqslant n_o^2$ puis B choisit $n_2$ tel que $\frac{n_1}{n_2}$ soit une puissance entière strictement positive d'un nombre premier; si B a choisi $n_{2k}$, $k \geqslant 1$, A choisit $n_{2k+1}$ vérifiant $n_{2k} \leqslant n_{2k+1} \leqslant n_{2k}^2$, puis B choisit $n_{2k+2}$ tel que $\frac{n_{2k+1}}{n_{2k+2}}$ soit une puissance entière strictement positive d'un nombre premier.

A est vainqueur s'il réussit à choisir 1990, B est vainqueur s'il réussit à choisir 1.

a) Pour quelles valeurs de $n_o$ le joueur A peut-il assurer sa victoire?

b) pour quelles valeurs de $n_o$ le joueur B peut-il assurer sa victoire?

c) pour quelles valeurs de $n_o$ chacun des deux joueurs peut-il empêcher l'autre de gagner?

6. Prouver qu'il existe un polygone convexe ayant 1990 côtés vérifiant les deux propriétés:

i) le polygone a tous ses angles égaux

ii) les longueurs des côtés forment une permutation des nombres $1^2, 2^2, \ldots, 1989^2, 1990^2$.

FIN

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes




Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail